# Feuille d'exercices

**46** a. À la sortie du moteur, l'énergie cinétique d'un ion xénon est $E_c(F) = \frac{1}{2}mv_0^2$.
Avec $v_0 = 50$ km·s$^{-1}$ = $5{,}0 \times 10^4$ m·s$^{-1}$ :
$E_c(F) = \frac{1}{2} \times 2{,}18 \times 10^{-25} \times (5{,}0 \times 10^4)^2 = 2{,}7 \times 10^{-16}$ J
b. Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :
$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{IF} = FL$
Comme $\vec{F} = q\vec{E}$ et que $q$ est positif, $W_{IF}(\vec{F}) = qEL$.
Comme la norme du champ électrique est $E = \frac{U}{L}$ :
$W_{IF}(\vec{F}) = q\frac{U}{L}L = qU$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :
$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU$
Or à l'instant initial la vitesse des ions est nulle, l'énergie cinétique aussi : $E_c(F) = qU$
On en déduit : $U = \frac{E_c(F)}{q} = \frac{2{,}7 \times 10^{-16}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}7 \times 10^3$ V
c. $I = \frac{Q}{\Delta t}$ soit $Q = I\Delta t$
Comme la charge apportée est la charge des $N$ ions xénon émis : $Nq = I\Delta t$
Soit $N = \frac{I\Delta t}{q} = \frac{3{,}52 \times 1}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}20 \times 10^{19}$
d. L'énergie cinétique de l'ensemble des ions xénon émis, en une seconde est : $E_c = NE_c(F)$
$E_c = 2{,}20 \times 10^{19} \times 2{,}7 \times 10^{-16} = 5{,}9 \times 10^3$ J
La puissance du moteur sera donc : $P = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{NE_c(F)}{\Delta t}$
Application numérique :
$P = \frac{2{,}2 \times 10^{19} \times 2{,}7 \times 10^{-16}}{1} = 5{,}9 \times 10^3$ W = 5,9 kW

**47** a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis à son poids et à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$.
Comme $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = m\vec{g} + q\vec{E}$.
Comme $\vec{g} = -g\vec{j}$ et $\vec{E} = -E\vec{i}$, et comme $q = -e$ :
$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E} = -g\vec{j} - \frac{e}{m}(-E\vec{i})$ soit $\vec{a} = -g\vec{j} + \frac{e}{m}E\vec{i}$
Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a en projection sur les axes :
$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{e}{m}E \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$
En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit que :
$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{e}{m}Et \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$
Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{e}{m}Et \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$
En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$
b. L'électron arrive à l'armature positive lorsque $x(t_f) = L$.
À ce moment-là, $y(t_f) = d$ : $x(t_f) = \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et_f^2 = L$
Comme $E = \frac{U}{L}$ : $\frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{U}{L}t_f^2 = L$ soit $t_f = L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$
Application numérique :
$t_f = 5{,}00 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 5\,000}} = 2{,}39 \times 10^{-9}$ s
À cet instant : $y(t_f) = -\frac{1}{2}gt^2 = d$
$d = -\frac{1}{2}g\frac{2mL^2}{eU}$ soit $d = -g\frac{mL^2}{eU}$
Application numérique :
$d = -9{,}81 \times \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times (5{,}00 \times 10^{-2})^2}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 5\,000}$
$d = -2{,}79 \times 10^{-17}$ m
c. À cet instant-là, on peut écrire les coordonnées du vecteur vitesse de la manière suivante :
$\vec{v}(t_f)\begin{pmatrix} v_x(t_f) = v(t_f)\cos(\alpha) \\ v_y(t_f) = -v(t_f)\sin(\alpha) \end{pmatrix}$ comme $\begin{cases} v_x(t_f) = \frac{e}{m}Et_f \\ v_y(t_f) = -gt_f \end{cases}$.
Application numérique :
$$\begin{cases} v_x(t_f) = \frac{1{,}60 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}} \times \frac{5\,000}{5{,}00 \times 10^{-2}} \times 2{,}39 \times 10^{-9} = 4{,}20 \times 10^7 \text{ m·s}^{-1} \\ v_y(t_f) = -9{,}81 \times 2{,}39 \times 10^{-9} = 2{,}34 \times 10^{-8} \text{ m·s}^{-1} \end{cases}$$
Calculons tout d'abord la norme de la vitesse :
$v(t_f) = \sqrt{(v_x(t_f))^2 + (v_y(t_f))^2}$
Application numérique :
$v(t_f) = \sqrt{(4{,}20 \times 10^7)^2 + (2{,}34 \times 10^{-8})^2}$
$v(t_f) = 4{,}20 \times 10^7$ m·s$^{-1}$
Comme $\cos(\alpha) = \frac{v_x(t_f)}{v(t_f)}$, l'application numérique donne $\alpha = 0{,}00°$ avec la précision des calculs.

d. L'angle est, en tenant compte de la précision des données, inexistant. Le décalage $d = -2{,}8 \times 10^{-17}$ m est $10^2$ fois plus petit que le noyau d'un atome.
La prise en compte du poids dans cet exemple est totalement inutile.

e. La déviation $d = -g\,\dfrac{mL^2}{eU}$ est proportionnelle à la masse. Dans le cas du proton, cette déviation sera donc de l'ordre de :
$d' = -2\,000 \times 2{,}79 \times 10^{-17} = 6 \times 10^{-14}$ m
Cette déviation est encore 1 000 fois plus petite que la taille d'un atome.
La prise en compte du poids dans cet exemple est, une nouvelle fois, totalement inutile.

**48** Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Notons l'altitude de départ $h$ (pour être en accord avec les notations de l'énoncé) et $v$ la vitesse atteinte au moment du choc sur le sol.
On choisit comme origine des altitudes le sol. La conservation de l'énergie mécanique implique :
$E_m(\mathrm{I}) = E_m(\mathrm{F})$
$E_c(\mathrm{I}) + E_{pp}(\mathrm{I}) = E_c(\mathrm{F}) + E_{pp}(\mathrm{F})$
Comme la vitesse initiale est nulle, $E_c(\mathrm{I}) = 0$ et comme l'altitude finale de la voiture est nulle, $E_{pp}(\mathrm{F}) = 0$.
On obtient : $E_{pp}(\mathrm{I}) = E_c(\mathrm{F})$
soit $mgh = \dfrac{1}{2}mv^2$ soit $h = \dfrac{1}{2}\dfrac{v^2}{g}$
Applications numériques

À 50 km·h$^{-1}$ = 14 m·s$^{-1}$ : $h = \dfrac{14^2}{2 \times 9{,}81} = 10$ m

À 70 km·h$^{-1}$ = 19 m·s$^{-1}$ : $h = \dfrac{19^2}{2 \times 9{,}81} = 18$ m

À 80 km·h$^{-1}$ = 22 m·s$^{-1}$ : $h = \dfrac{25^2}{2 \times 9{,}81} = 25$ m

À 130 km·h$^{-1}$ = 36 m·s$^{-1}$ : $h = \dfrac{25^2}{2 \times 9{,}81} = 66$ m

En suivant les indications de l'exercice :
$\dfrac{10}{3} = 3{,}3$ m ; $\dfrac{18}{7} = 2{,}6$ m ; $\dfrac{32}{11} = 2{,}9$ m ; $\dfrac{66}{23} = 2{,}9$ m.

On peut imaginer une hauteur d'étage choisie de l'ordre de 3 m.
La comparaison entre vitesse et nombre d'étages semble convenable.
La première critique que nous pouvons faire, c'est de confondre « impact » avec une énergie d'impact.
La deuxième critique que nous pouvons faire est d'associer « impact » avec « chute du… », ce qui laisserait à penser que cet « impact » mesurerait une hauteur de chute.
Enfin, lorsque l'on écrit une égalité, les deux membres doivent avoir la même unité, ce qui n'est pas le cas ici.
Il semble que ce « VITESSE = IMPACT² » évoquerait plutôt la formule de l'énergie cinétique : $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$
L'image confond l'énergie cinétique avec le terme « vitesse » et la vitesse avec le terme « impact ».